

复习资料

第一部分 考试要求

一、 极限与连续

1、了解极限的概念（对极限定义中“ ε -N”、“ ε - δ ”、“ ε -M”的描述不作要求）。掌握函数在一点处的左极限与右极限以及函数在一点处极限存在的充分必要条件。

2、了解极限的有关性质，掌握极限的四则运算法则。

3、理解无穷小量、无穷大量的概念，掌握无穷小量的性质、无穷小量与无穷大量的关系。会进行无穷小量的比较（高阶、低阶、同阶和等价）。会运用等价无穷小量代换求极限。

4、熟练掌握用两个重要极限求极限的方法。

5、理解函数在一点处连续与间断的概念，理解函数在一点处连续与极限存在之间的关系，掌握函数（含分段函数）在一点处的连续性的判断方法。

6、会求函数的间断点。

7、掌握在闭区间上连续函数的性质，会用它们证明一些简单命题。理解初等函数在其定义区间上的连续性，会利用函数的连续性求极限。

二、一元函数微分学

1、理解导数的概念及其几何意义，了解可导性与连续性的关系，会用定义求函数在一点处的导数。

- 2、会求曲线上一点处的切线方程和法线方程。
- 3、熟练掌握导数的基本公式、四则运算法则以及复合函数的求导方法。
- 4、掌握隐函数的求导法与对数求导法。会求分段函数的导数。
- 5、了解高阶导数的概念，会求简单函数的高阶导数。
- 6、理解微分的概念，掌握微分法则，了解可微与可导的关系，会求函数的一阶微分。
- 7、熟练掌握用洛必达法则求“ $\frac{0}{0}$ ”、“ $\frac{\infty}{\infty}$ ”、“ $0 \cdot \infty$ ”、“ $\infty - \infty$ ”型未定式的极限的方法。
- 8、掌握利用导数判定函数的单调性及求函数的单调增、减区间的方法的方法，会利用函数的单调性证明简单的不等式。
- 9、理解函数极值的概念。掌握求函数的驻点、极值点、极值、最大值与最小值的方法，会求简单的应用问题。
- 10、会判定曲线的凹凸性，会求曲线的拐点。
- 11、会求曲线的水平渐近线与铅直渐近线。

三、一元函数积分学

- 1、理解原函数与不定积分的概念及其关系，掌握不定积分的性质。
- 2、熟练掌握不定积分的基本公式。
- 3、熟练掌握不定积分第一换元法、掌握第二换元法（仅限形如 $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx, \int \sqrt{a^2 + x^2} dx$ 的三角代换与简单的根式代换）。
- 4、熟练掌握不定积分的分部积分法。
- 5、掌握简单有理函数不定积分的计算。

- 6、理解定积分的概念与几何意义，了解可积的条件。
- 7、掌握定积分的基本性质。
- 8、理解变上限的定积分是上限的函数，掌握对变上限定积分求导数的方法。
- 9、熟练掌握牛顿-莱布尼茨公式。
- 10、掌握定积分的换元积分法与分部积分法。
- 11、理解无穷区间反常积分的概念，掌握其方法。
- 12、掌握直角坐标系下用定积分计算平面图形的面积以及平面图形绕坐标轴旋转所生成旋转体的体积。

四、多元函数微分学

- 1、了解多元函数的概念，会求二元函数的定义域。了解二元函数的几何意义。
- 2、了解二元函数的极限与连续的概念。
- 3、理解二元函数的一阶偏导数和全微分的概念，掌握二元函数的一阶偏导数的求法。掌握二元函数的二阶偏导数的求法，掌握二元函数全微分的求法。
- 4、掌握复合函数与隐函数的一阶偏导数的求法。
- 5、会求二元函数的无条件极值与条件极值。
- 6、会用二元函数的无条件极值及条件极值求简单的实际问题。

五、概率论初步

- 1、了解随机现象、随机试验的基本特点；理解基本事件，样本空间、随机事件的概念。

2、掌握事件之间的关系：包含关系、相等关系、互不相容（或互斥）关系及对立关系。

3、理解事件之间并（和）、交（积）、差运算的定义，掌握其运算规律。

4、理解概率的古典型定义；掌握事件概率的基本性质及事件概率的计算。

5、会求事件的条件概率；掌握概率的乘法公式及事件的独立性。

6、了解随机变量的概念及其分布函数。

7、理解离散型随机变量的定义及其概率分布，掌握概率分布的计算方法。

8、会求离散型随机变量的数学期望、方差和标准差

六、证明题

1、等式证明

(1) 设 $2 \sin(x+2y-3z) = x+2y-3z$ ，求证： $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$

(2) 求证： $\int_a^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \int_1^{\frac{1}{a}} \frac{1}{1+x^2} dx$

2、不等式证明

$x > 1$ 时，证明： $\ln x > \frac{2(x-1)}{1+x}$

3、方程的根

证明方程 $x = a \sin x + b$ ($a > 0, b > 0$) 至少有一个正根，且不超过 $a+b$ 。

第二部分 考试形式及试卷结构

试卷总分：150 分

考试时间：150 分钟

考试方式：闭卷，笔试

试卷内容比例：

极限和连续	约 15%
一元函数微分学	约 30%
一元函数积分学	约 32%
多元函数微分学	约 15%
概率论初步	约 8%

试卷题型比例：

选择题	约 27%
填空题	约 27%
解答题	约 46%

试题难易比例

容易题	约 30%
中等难度题	约 50%

第三部分 模拟试题

高等数学 (二)

一、选择题: 1-10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\tan(x-1)}{x-1} =$

- A. 0 B. $\tan 1$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. 2

2. 设函数 $f(x) = \cos 2x$, 则 $f'(x) =$

- A. $2 \sin 2x$ B. $-2 \sin 2x$ C. $\sin 2x$ D. $-\sin 2x$

3. 设函数 $f(x) = e^x \ln x$, 则 $f'(1) =$

- A. 0 B. 1 C. e D. $2e$

4. 下列函数在区间 $(0, +\infty)$ 内单调减少的是

- A. $y = x$ B. $y = e^x$ C. $y = \ln x$ D. $y = \frac{1}{x}$

5. $\int (2x + e^2) dx =$

- A. $x^2 + e^x + C$ B. $2x^2 + e^x + C$
C. $x^2 + xe^x + C$ D. $2x^2 + xe^x + C$

6. 已知 $F(x) = \int_0^x \sqrt{1+t^2} dt$, 则 $F'(x) =$

- A. $2x\sqrt{1+x^2}$ B. $\sqrt{1+x^2} + 1$ C. $\sqrt{1+x^2}$ D. $\sqrt{1+x^2} - 1$

7. 若 $\int f(x) dx = x^2 + C$, 则 $f(x) =$

- A. $2x$ B. x^2 C. e^{x^2} D. 1

8. 设函数 $z = \tan(xy)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$

A. $-\frac{x}{\cos^2(xy)}$ B. $\frac{x}{\cos^2(xy)}$ C. $\frac{y}{\cos^2(xy)}$ D. $-\frac{y}{\cos^2(xy)}$

9. 设函数 $z = f(u), u = x^2 + y^2$, 且 $f(u)$ 二阶可导, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$

A. $4f''(u)$ B. $4xf''(u)$ C. $4yf''(u)$ D. $4xyf''(u)$

10. 袋中有 8 个乒乓球, 其中 5 个白色球, 3 个黄色球, 从中一次任取 2 个乒乓球, 则取出的 2 个球均为白色球的概率为

A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{5}{14}$ C. $\frac{5}{36}$ D. $\frac{5}{56}$

二、填空题: 11-20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。把答案填写在答题卡相应提好后。

11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x} =$ _____

12. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{3x})^x =$ _____

13. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1 \\ a, & x = 1 \text{ 连续, 则 } a = \end{cases}$ _____
 $\begin{cases} x^2 + 1, & x > 1 \end{cases}$

14. 已知 $y = ax^3$ 在 $x = 1$ 处的切线平行于直线 $y = 2x - 1$, 则 $a =$ _____

15. 函数 $y = x \sin x$, 则 $y'' =$ _____

16. 曲线 $y = x^5 - 10x^2 + 8$ 的拐点坐标 $(x_0, y_0) =$ _____

17. $\int e^{\frac{x}{3}} dx =$ _____

18. $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx =$ _____

19. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx =$ _____

20. 设函数 $z = \ln(x + y^2)$, 则全微分 $dz =$ _____

三、解答题：21-28 小题，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤。并将其写在答题卡相应提好后。

21. （本题满分 8 分）

计算 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x+\ln x}{x^3-1}$ 。

22. （本题满分 8 分）

设函数 $y = e^{\sin x}$ ，求 dy 。

23. （本题满分 8 分）

计算 $\int \frac{1+\ln x}{x} dx$ 。

24. （本题满分 8 分）

计算 $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$ 。

25. （本题满分 8 分）

已知离散型随机变量 X 的概率分布为

X	0	1	2	3
P	0,2	0.1	0.3	a

(1) 求常数 a

(2) 求 x 的数学期望 EX 和方差 DX

26. （本题满分 10 分）

求函数 $f(x) = x^2 - \frac{2}{x}$ 的单调区间、极值、凹凸区间和拐点。

27. （本题满分 10 分）

(1) 求在区间 $[0, \pi)$ 上的曲线 $y = \sin x$ 与 x 轴所围成图形的面积 S 。

(2) 求 (1) 中的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V 。

28. （本题满分 10 分）

求二元函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy$ ，在条件 $x + 2y = 4$ 下的极值。

高等数学（二）模拟试题参考答案

一、选择题：每小题 4 分，共 40 分。

1. B 2. B 3. C 4. D 5. A
6. C 7. A 8. C 9. D 10. B

二、填空题：每小题 4 分，共 40 分。

11. $\frac{2}{3}$ 12. $e^{-\frac{1}{3}}$ 13. 2 14. $\frac{2}{3}$ 15. $2\cos x - x\sin x$
16. $(1, -1)$ 17. $3e^{\frac{x}{3}} + C$ 18. $\frac{1}{2}$ 19. $\frac{\pi}{2}$ 20. $\frac{1}{x+y^2}dx + \frac{2y}{x+y^2}dy$

三、解答题：共 70 分。

21. 解： $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x+\ln x}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1+\frac{1}{x}}{3x^2} = 0$

22. 解： $y' = e^{\sin x} (\sin x)' = e^{\sin x} \cos x$

则 $dy = e^{\sin x} \cos x dx$

23. 解： $\int \frac{1+\ln x}{x} dx = \int (1+\ln x) d(1+\ln x)$
 $= \frac{1}{2} (1+\ln x)^2 + C$

24. 解： 设 $\sqrt{x} = t$, 则 $dx = 2t dt$, 当 $x=0$ 时, $t=0$; 当 $x=1$ 时, $t=1$

则 $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx = 2 \int_0^1 t e^t dt = 2 \int_0^1 t d e^t = 2(t e^t|_0^1 - \int_0^1 e^t dt) = 2(e - e|_0^1) = 2$

25. 解：(1) 因为 $0.2+0.1+0.3+a=1$, 所以 $a=0.4$.

(2) $EX = 0 \times 0.2 + 1 \times 0.1 + 2 \times 0.3 + 3 \times 0.4 = 1.9$.

$$EX^2 = 0^2 \times 0.2 + 1^2 \times 0.1 + 2^2 \times 0.3 + 3^2 \times 0.4 = 4.9$$

$$DX = EX^2 - (EX)^2 = 4.9 - 1.9^2 = 1.29$$

26. 解： $f(x)$ 的定义域 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

$$f'(x) = 2x + \frac{2}{x^2}, f''(x) = 2 - \frac{4}{x^3}$$

令 $f'(x) = 0$, 得 $x = -1$

令 $f''(x)=0$ ，得 $x=\sqrt[3]{2}$

x	$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, 0)$	$(0, \sqrt[3]{2})$	$\sqrt[3]{2}$	$(\sqrt[3]{2}, +\infty)$
y'	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
y''	$+$	$+$	$+$	$-$	0	$+$
y	$\square$	极小值 3	$\square$	$\square$	拐点 $(\sqrt[3]{2}, 0)$	$\square$

所以函数 $f(x)$ 的单调减少区间为 $(-\infty, -1)$ ；单调增加区间为 $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$

$f(-1)=3$ 为极小值；函数 $f(x)$ 的凹区间为 $(-\infty, 0) \cup (\sqrt[3]{2}, +\infty)$

凸区间为 $(0, \sqrt[3]{2})$ ，拐点坐标为 $(\sqrt[3]{2}, 0)$

27. 解：(1) $S = \int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = 2$

(2) $V = \pi \int_0^{\pi} y^2 dx = \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$

$$= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} (1 - \cos 2x) dx = \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi^2}{2}$$

28. 解：设： $F(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda(x + 2y - 4)$

$$= x^2 + y^2 + xy + \lambda(x + 2y - 4),$$

$$\text{令} \begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x} = 2x + y + \lambda = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial y} = 2y + x + 2\lambda = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \lambda} = x + 2y - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{解得：} x=0, y=2$$

所以函数的极值为 $f(0, 2) = 4$ 。

第四部分 真题

2015 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学 (二)

一、选择题: 1-10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+1} =$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2 ()

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sin 3x$ 是 $2x$ 的

- A. 低阶无穷小量 B. 等价无穷小量
C. 同阶但不等价无穷小量 D. 高阶无穷小量 ()

3. 函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处

- A. 有定义且有极限 B. 有定义但无极限
C. 无定义但有极限 D. 无定义且无极限 ()

4. 设函数 $f(x) = xe^{\frac{x}{2}}$, 则 $f'(x) =$

- A. $(1+x)e^{\frac{x}{2}}$ B. $\left(\frac{1}{2}+x\right)e^{\frac{x}{2}}$ C. $\left(1+\frac{x}{2}\right)e^{\frac{x}{2}}$ D. $(1+2x)e^{\frac{x}{2}}$ ()

5. 下列区间为函数 $f(x) = x^4 - 4x$ 的单调增区间的是

- A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $(-1, 1)$ D. $(1, +\infty)$ ()

6. 已知函数 $f(x)$ 在区间 $[-3, 3]$ 上连续, 则 $\int_{-1}^1 f(3x)dx =$

- A. 0 B. $\frac{1}{3} \int_{-3}^3 f(t)dt$ C. $\frac{1}{3} \int_{-1}^1 f(t)dt$ D. $3 \int_{-3}^3 f(t)dt$ ()

7. $\int (x^{-2} + \sin x)dx =$

- A. $-2x^{-1} + \cos x + C$ B. $-2x^{-3} + \cos x + C$
C. $-\frac{x^{-3}}{3} - \cos x + C$ D. $-x^{-1} - \cos x + C$ ()

8. 设函数 $f(x) = \int_0^x (t-1)dt$, 则 $f''(x) =$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2 ()

9. 设二元函数 $z = x^y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$

- A. yx^{y-1} B. yx^{y+1} C. $x^y \ln x$ D. x^y ()

10. 设二元函数 $z = \cos(xy)$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$

- A. $y^2 \sin(xy)$ B. $y^2 \cos(xy)$ C. $-y^2 \sin(xy)$ D. $-y^2 \cos(xy)$ ()

二、填空题：11-20 小题，每小题 4 分，共 40 分。

11. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} =$ _____.

12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{3}} =$ _____.

13. 设函数 $y = \ln(4x - x^2)$, 则 $y'(1) =$ _____.

14. 设函数 $y = x + \sin x$, 则 $dy =$ _____.

15. 设函数 $y = x^{\frac{3}{2}} + e^{-x}$, 则 $y'' =$ _____.

16. 若 $\int f(x)dx = \cos(\ln x) + C$, 则 $f(x) =$ _____.

17. $\int_{-1}^1 x|x|dx$ _____.

18. $\int d(x \ln x) =$ _____.

19. 由曲线 $y = x^2$, 直线 $x = 1$ 及 x 轴所围成的平面有界图形的面积 $S =$ _____.

20. 设二元函数 $z = e^{\frac{y}{x}}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1,1)} =$ _____.

三、解答题：21-28 小题，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤。

21. （本题满分 8 分）

计算 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\ln x}$.

22. （本题满分 8 分）

设函数 $y = \cos(x^2 + 1)$ ，求 y' .

23. （本题满分 8 分）

计算 $\int \frac{x}{4+x^2} dx$.

24. （本题满分 8 分）

计算 $\int_0^4 f(x) dx$ ，其中 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ \frac{1}{1+x}, & x \geq 1 \end{cases}$.

25. （本题满分 8 分）

已知 $f(x)$ 是连续函数，且 $\int_0^x f(t) e^{-t} dt = x$ ，求 $\int_0^1 f(x) dx$.

26. （本题满分 10 分）

已知函数 $f(x) = \ln x - x$

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间和极值；

(2) 判断曲线 $y = f(x)$ 的凹凸性.

27. （本题满分 10 分）

求二元函数 $f(x, y) = \frac{x^2}{2} - xy + y^2 + 3x$ 的极值.

28. （本题满分 10 分）

从装有 2 个白球，3 个黑球的袋中任取 3 个球，记取出白球的个数为 X .

(1) 求 X 的概率分布；

(2) 求 X 的数学期望 $E(X)$.

2015 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学（二）试题参考答案

一、选择题：每小题 4 分，共 40 分。

1. A 2. C 3. B 4. C 5. D
6. B 7. D 8. C 9. A 10. D

二、填空题：每小题 4 分，共 40 分。

11. 0 12. $e^{-\frac{2}{3}}$ 13. $\frac{2}{3}$ 14. $(1+\cos x)dx$ 15. $\frac{3}{4}x^{\frac{1}{2}}+e^{-x}$
16. $-\frac{\sin(\ln x)}{x}$ 17. 0 18. $x\ln x+C$ 19. $\frac{1}{3}$ 20. $-e$

三、解答题：共 70 分。

21. 解： $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\ln x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x}{\frac{1}{x}} = e$

22. 解： $y' = -2x \sin(x^2 + 1)$

23. 解： $\int \frac{x}{4+x^2} dx = \int \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4+x^2}{2}} d(4+x^2) = \frac{1}{2} \ln(4+x^2) + C$

24. 解： $\int_0^4 f(x) dx = \int_0^1 x dx + \int_1^4 \frac{1}{x+1} dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + \ln(x+1) \Big|_1^4 = \frac{1}{2} + \ln \frac{5}{2}.$

25. 解： $f(x)e^{-x} = 1$, 得 $f(x) = e^x$,

则 $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1.$

26. 解：(1) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$$

令 $f'(x) = 0$, 得 $x_1 = 1$,

x	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
-----	---------	---	---------------

y'	+	0	-
y	$\square$	极大值 -1	$\square$

所以函数 $f(x)$ 的单调减少区间为 $(1, +\infty)$ ；单调增加区间为 $(0, 1)$

$f(1) = -1$ 为极大值.

(2) $f''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$ ，所以曲线 $y = f(x)$ 的为凸.

27. 解: $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = x - y + 3 = 0$, $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = -x + 2y = 0$, 得 $(x_0, y_0) = (-6, -3)$

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} = 1, \quad \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} = -1, \quad \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} = 2,$$

$$A = 1, B = -1, C = 2, \Delta = B^2 - AC = -1,$$

所以函数 $f(x, y)$ 有极小值为 $f(-6, -3) = -9$.

28. 解: (1) X 的概率分布为

X	0	1	2
P	0.1	0.6	0.3

(2) X 的数学期望 $E(X) = 0 \times 0.1 + 1 \times 0.6 + 2 \times 0.3 = 1.2$

2016 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学

一、选择题：1-10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x + 2}{x^2 - 2} = ()$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0 \\ x + a, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a = ()$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. 设函数 $y = 2 + \sin x$ ，则 $y' = ()$

- A. $\cos x$ B. $-\cos x$ C. $2 + \cos x$ D. $2 - \cos x$

4. 设函数 $y = e^{x-1} + 1$ 则 $dy = ()$

- A. $e^x dx$ B. $e^{x-1} dx$ C. $(e^x + 1) dx$ D. $(e^{x-1} + 1) dx$

5. $\int_0^1 (5x^4 + 2) dx = ()$

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

6. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x) dx = ()$

- A. $\frac{\pi}{2} + 1$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{2} - 1$ D. 1

7. 设函数 $y = x^4 + 2x^2 + 3$ ，则 $\frac{d^2 y}{dx^2} = ()$

- A. $4x^3 + 4x$ B. $4x^3 + 4$ C. $12x^2 + 4x$ D. $12x^2 + 4$

8. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx = ()$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

9. 设函数 $z=x^2+y$, 则 $dz=(\quad)$

- A. $2xdx+dy$ B. x^2dx+dy C. $x^2dx+ydy$ D. $2xdx+ydy$

10. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha x}{x} = 2$, 则 $\alpha=(\quad)$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

二、填空题: 11-20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{2x^2+3} = \underline{\hspace{2cm}}$

12. 设函数 $y=x^2-e^x$, 则 $y'=\underline{\hspace{2cm}}$

13. 设事件 A 发生的概率为 0.7, 则 A 的对立事件 $\bar{A}$ 发生的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$

14. 曲线 $y=\ln x$ 在点 (1, 0) 处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$

15. $\int (\frac{1}{x} + \frac{1}{1+x^2}) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

16. $\int_{-1}^1 (\sin x + x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

17. 设函数 $F(x) = \int_0^x \cos t dt$, 则 $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

18. 设函数 $z=\sin(x+2y)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}$

19. 已知点 (1, 1) 是曲线 $y=x^2+a \ln x$ 的拐点, 则 $a=\underline{\hspace{2cm}}$

20. 设 $y=y(x)$ 是由方程 $y=x-e^y$ 所确定的隐函数, 则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

三、解答题：21-28 小题，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤。

21. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$

22. (本题满分 8 分)

设函数 $y = x e^{2x}$ ，求 y'

23. (本题满分 8 分)

设函数 $z = x^3 y + x y^3$ ，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ， $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

24. (本题满分 8 分)

计算 $\int x \cos x^2 dx$

25. (本题满分 8 分)

计算 $\int_1^{\sqrt{e}} 2x \ln x dx$

26. (本题满分 10 分)

求曲线 $y = \sqrt{x}$ ，直线 $x=1$ 和 x 轴所围成的有界平面图形的面积 S ，及该平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V

27. (本题满分 10 分)

设函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy + 3$ ，求 $f(x, y)$ 的极值点与极值

28. (本题满分 10 分)

已知离散型随机变量 X 的概率分布为

X	0	10	20	30
P	0.2	a	0.2	0.3

(1) 求常数 a ;

(2) 求 X 的数学期望 EX 及方差 DX

2016 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学参考答案

一、选择题

1. C 2. C 3. A 4. B 5. B 6. A 7. D 8. C 9. A 10. D

二、填空题

11. 0 12. $2x - e^x$ 13. 0.3 14. $y = x - 1$ 15. $\ln|x| + \arctan x + C$

16. 0 17. $\cos x$ 18. $\cos(x + 2y)$ 19. 2 20. $\frac{1}{1+e^y}$

三、解答题

$$21. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 1}{1} = 3$$

$$22. y' = x' e^{2x} + x (e^{2x})' = (1 + 2x) e^{2x}$$

$$23. \frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 y + y^3 \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6xy \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 3x^2 + 3y^2$$

$$24. \int x \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \int \cos x^2 dx^2 = \frac{1}{2} \sin x^2 + C$$

$$25. \int_1^{\sqrt{e}} 2x \ln x dx = \int_1^{\sqrt{e}} \ln x dx^2 = x^2 \ln x \Big|_1^{\sqrt{e}} - \int_1^{\sqrt{e}} x^2 \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{e}{2} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^{\sqrt{e}} = \frac{1}{2}$$

$$26. \text{面积 } S = \int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}$$

$$\text{旋转体的体积 } V = \int_0^1 \pi (\sqrt{x})^2 dx = \int_0^1 \pi x dx = \frac{\pi}{2} x^2 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}$$

$$27. \text{由已知, } \frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 2y + x.$$

$$\text{令 } \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \end{cases} \text{得驻点 } (0, 0)$$

$f(x, y)$ 的 2 阶偏倒数为

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=2, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}=1, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=-2$$

$$\text{故 } A=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\bigg|_{(0,0)}=2, \quad B=\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\bigg|_{(0,0)}=1, \quad C=\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\bigg|_{(0,0)}=-2$$

因为 $A>0$ 且 $AC-B^2>0$ 所以 $(0, 0)$ 为 $f(x, y)$ 的极小值点，极小值为 $f(0, 0)=3$

28. (1) 因为 $0.2 + a + 0.2 + 0.3 = 1$ ，所以 $a = 0.3$

$$(2) EX = 0 \times 0.2 + 10 \times 0.3 + 20 \times 0.2 + 30 \times 0.3 = 16$$

$$DX = (0-16)^2 \times 0.2 + (10-16)^2 \times 0.3 + (20-16)^2 \times 0.2 + (30-16)^2 \times 0.3 = 124$$